



Расчет глубины промерзания грунта



Рухтер Александр Дантонович

Директор ООО «Хайтек»



Точное решение задачи нестационарной теплопроводности грунта

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \tau^2} = a \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}$$

Решение дифференциального уравнения нестационарной теплопроводности для полуограниченного массива содержится в частности в книге С. Н. Шорина “Теплопередача”, 1964 год.

a = коэффициент температуропроводности ($\frac{\text{м}^2}{\text{с}}$)

$a = \frac{\lambda}{\rho c}$, где λ - коэффициент теплопроводности

ρ - плотность грунта

c – теплоемкость грунта

Температура в массиве меняется под действием изменения температуры на поверхности. Период изменения температуры z равен 1 году (31 536 000 секунд).

Для граничного условия конвективного теплообмена $\theta_\tau = \theta_{max} \cos(\omega \tau)$, где

$\omega = \frac{2\pi}{z}$, θ_τ - текущее отклонение температуры среды от среднего значения,

θ_{max} - амплитуда изменения температуры

Дифференциальное уравнение имеет следующее решение:



$$\theta(x, \tau) = \varphi \theta_{Fmax} \cos\left(2\pi \frac{\tau}{Z} - \sqrt{\frac{\pi}{az}} x - \psi\right) e^{-x \sqrt{\frac{\pi}{az}}}$$

Здесь θ_{Fmax} - амплитуда колебаний температуры на поверхности массива грунта, $\theta(x, \tau)$ - колебание температуры относительно среднего значения равного 0, зависящая от расстояния до поверхности x и времени от начала температурного цикла τ

$\tau/Z = 0$ (середина лета),

$\tau/Z = 1/2$ (середина зимы)

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{2\lambda}{\alpha} \sqrt{\frac{\pi}{az}} + 2\left(\frac{\lambda}{\alpha}\right)^2 \frac{\pi}{az}}}; \quad \psi = \arctg\left(\frac{1}{1 + \frac{\alpha}{\lambda} \sqrt{\frac{az}{\pi}}}\right)$$

Для $\alpha = 20 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}$

$$\lambda = 0.63 \frac{\text{Вт}}{\text{К} \cdot \text{м}}$$

$$\rho = 1600 \text{ кг/м}^3$$

$$C = 1100 \text{ Дж/кг} \cdot \text{К}$$

$$a = 3.6 * 10^{-7} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$$

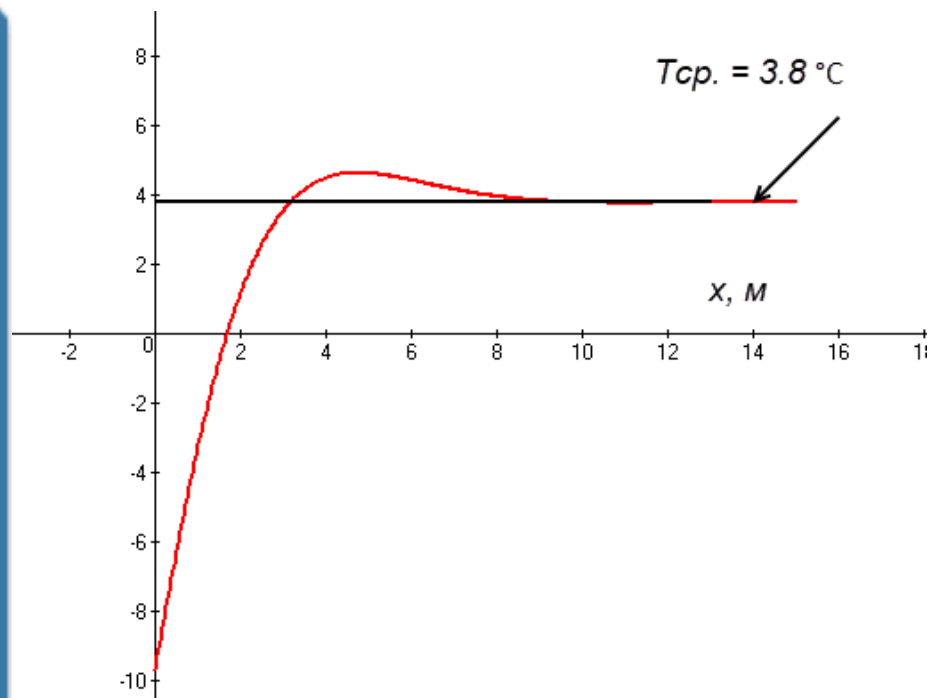
$$\varphi = 0.98$$

$$\psi = 0.016$$



Чтобы рассчитать температуру грунта $T(x, \tau)$, необходимо отклонение $\theta(x, \tau)$ сложить со среднегодовой температурой окружающего воздуха $T_{\text{ср}}$

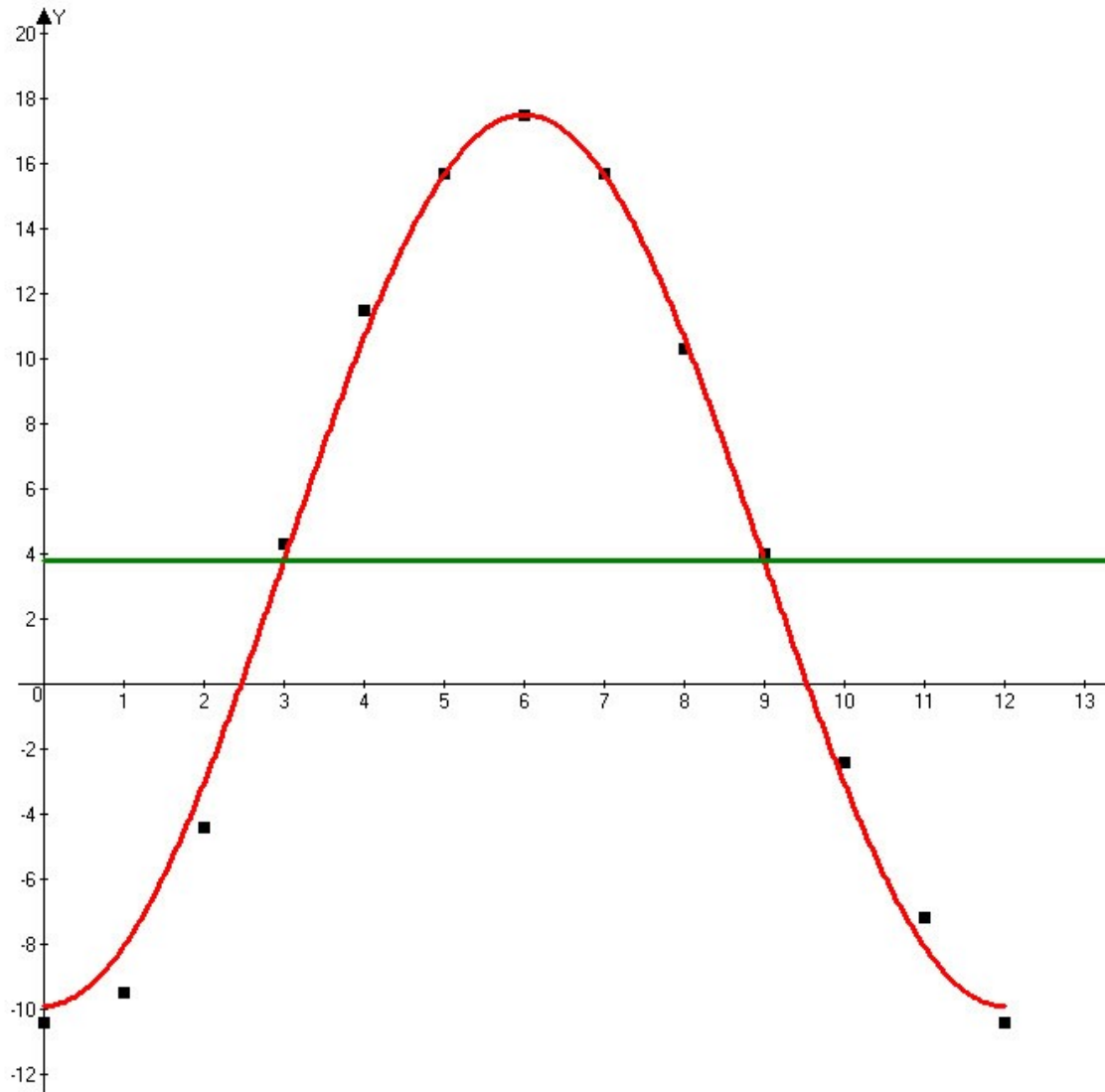
$$T(x, \tau) = T_{\text{ср}} + \theta(x, \tau)$$



На следующем рисунке представлен график изменения температуры по глубине для $\tau/z = 1/2$, $T_{\text{ср}} = 3.8 \text{ }^{\circ}\text{C}$, $\theta_{\text{Fmax}} = 13.7 \text{ }^{\circ}\text{C}$ (климатические условия г. Дмитров), коэффициент температуропроводности грунта $a = 3.6 * 10^{-7} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$
коэффициент теплопроводности $\lambda = 0.63 \frac{\text{Вт}}{\text{К*м}}$



Аппроксимация температуры



Одним из больших преимуществ программы ELCUT является возможность задания граничных условий с помощью формул.

При решении задачи расчета глубины промерзания грунта необходимо задавать переменную внешнюю температуру.

Анализ среднемесячных температур по данным СП климатологии для города Дмитров Московской области показал, что функция синуса (косинуса) дает неплохую аппроксимацию среднемесячных температур.

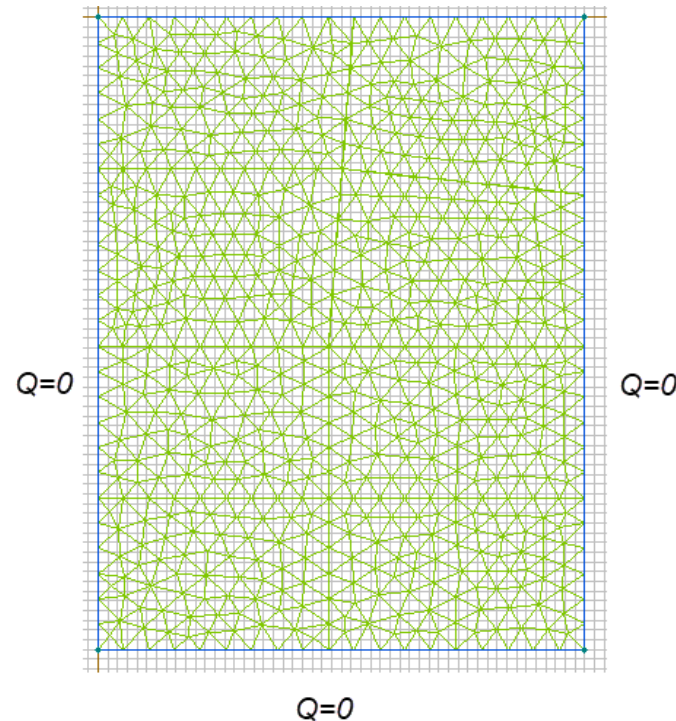
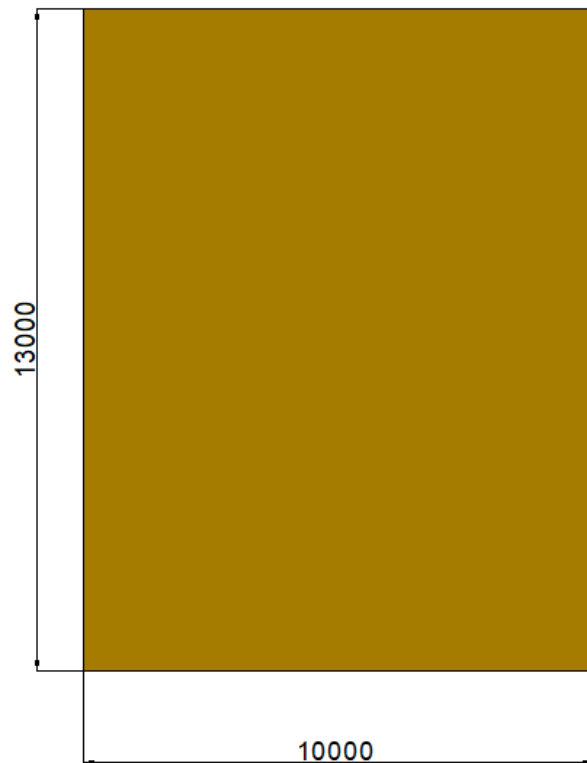
На рисунке слева черные точки соответствуют среднемесячным температурам, красная линия – график функции $T = 3.8 + 13.7 \cdot \sin((\pi/6) \cdot N - \pi/2)$, Где N – номер месяца, T – температура в °C

Зеленая линия – среднегодовая температура, равная 3,8 °C



Конечно-элементная модель

Точное решение в отличие от МКЭ не позволяет решать задачи с областями сложной формы из различных материалов. Программа ELCUT включает модуль нестационарной теплопроводности для расчета 2D и 3D моделей. Сравним точное решение с решением по МКЭ в программе ELCUT.



По левой и правой границе $Q = 0$ вследствие однородности поля температур, по нижней границе $Q = 0$ вследствие практически нулевого градиента температуры на глубине 13 м. По верхней границе условие конвекции:

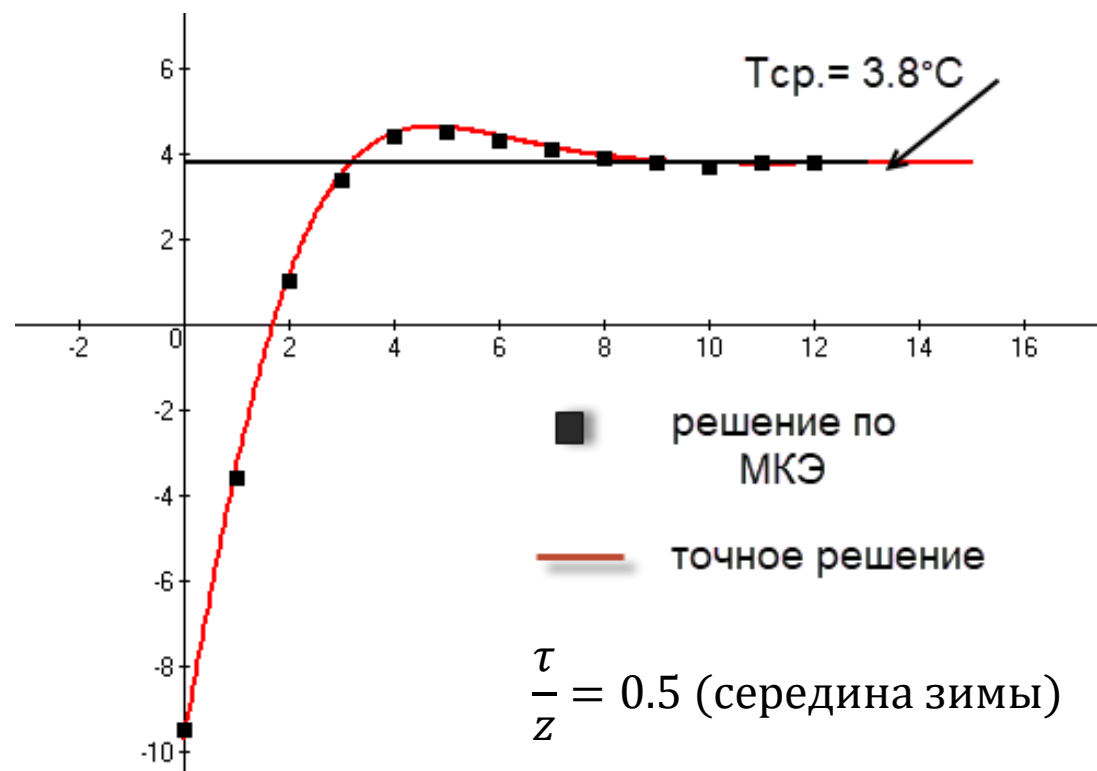
$$T(\tau) = 3.8 + 13.7 \cdot \cos(0.000011416 \cdot \tau),$$
$$\alpha = 20 \text{ Вт/м}^2 \text{ К}$$

Свойства грунта

λ (коэффициент теплопроводности) = $0.63 \frac{\text{Вт}}{\text{К} \cdot \text{м}}$, ρ (плотность) = 1600 кг/м^3 , C (теплоемкость) = $1100 \text{ Дж/кг} \cdot \text{К}$



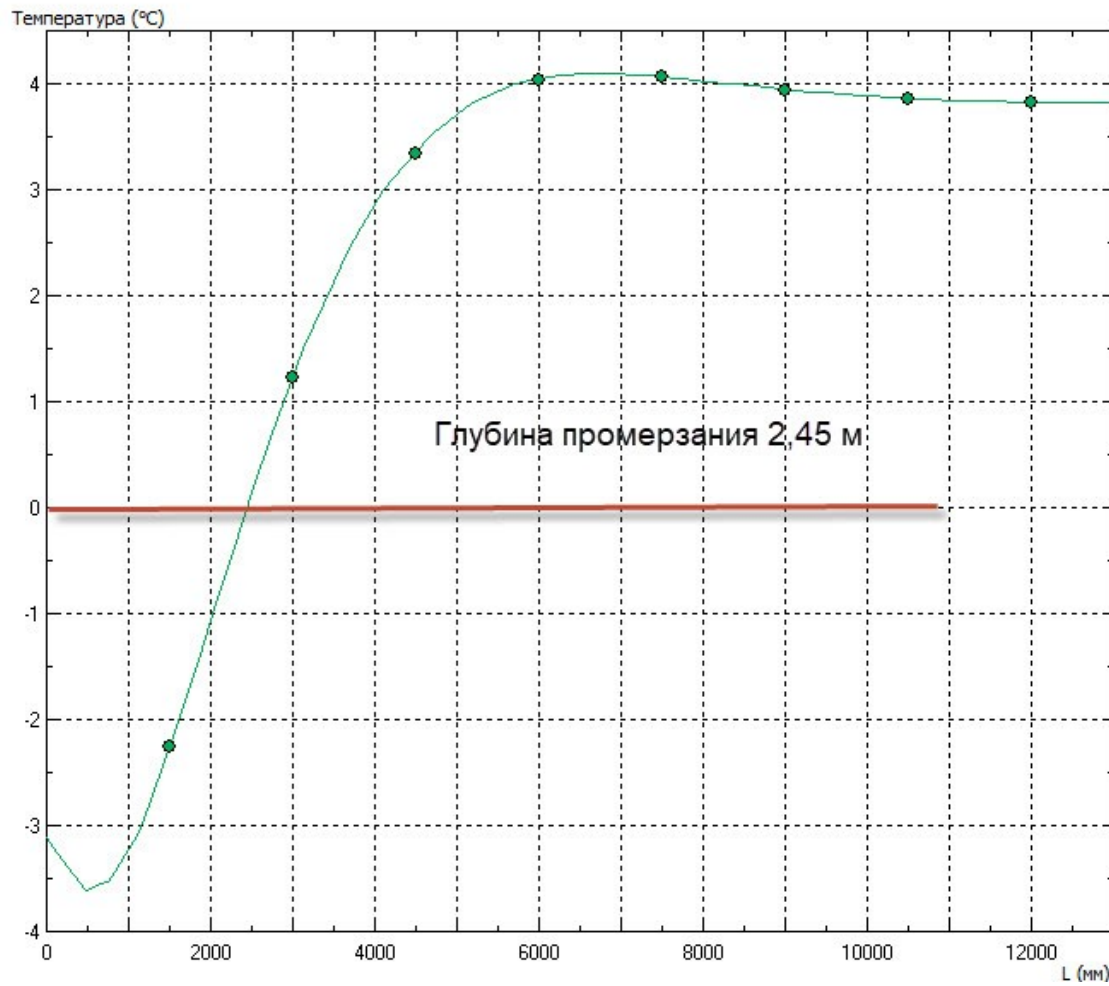
Результаты решения по МКЭ



Сравнение результатов расчета по МКЭ с точным решением показывает почти полную идентичность приближенного и точного метода.



Определение глубины промерзания грунта



Особый интерес для проектировщиков имеет расчет глубины промерзания грунта. Нижняя отметка фундамента здания должна быть расположена глубже линии промерзания, чтобы избежать “морозного пучения”

Слева график изменения температуры по глубине, построенный средствами ELCUT, для

$$\frac{\tau}{z} = 2/3$$

Красная линия соответствует $T = 0^{\circ}\text{C}$

При отношении $\frac{\tau}{z} = 2/3$

глубина промерзания максимальна (2.45 м)

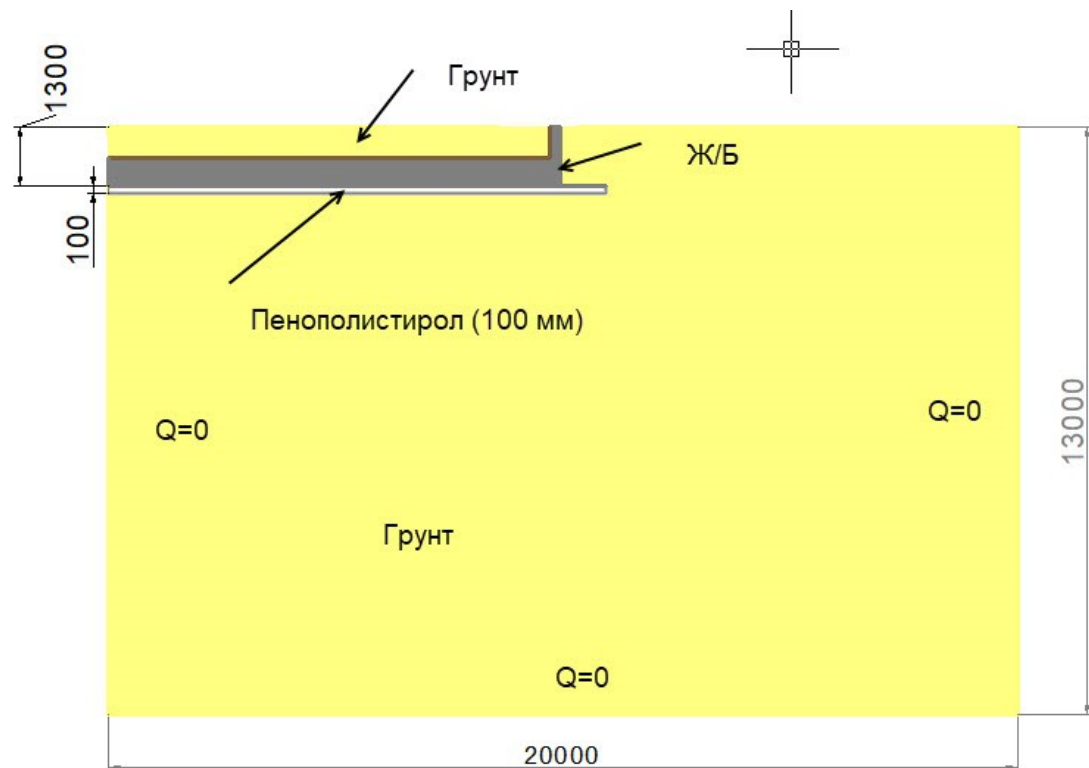


Практическое использование

Пользователи могут спросить, зачем выполнять расчет глубины промерзания, если это и так известно для каждого региона.

Однако, есть и более сложные случаи. Например, иногда существует необходимость проектировать фундаменты мелкого заложения, у которых нижняя отметка выше глубины промерзания.

В этом случае одной из рекомендаций, направленных на уменьшение глубины промерзания, является использование слоя пенополистирола. Рассмотрим такой пример.



Расчетная схема

На рисунке слева представлена расчетная схема фундамента мелкого заложения из ж/б в неотапливаемом строительном объекте (нижняя отметка -1400 мм).

Левая граница области совпадает с плоскостью симметрии фундамента.

Для утепления используем слой пенополистирола толщиной 100 мм ($\lambda = 0,032 \frac{\text{Вт}}{\text{К*м}}$).

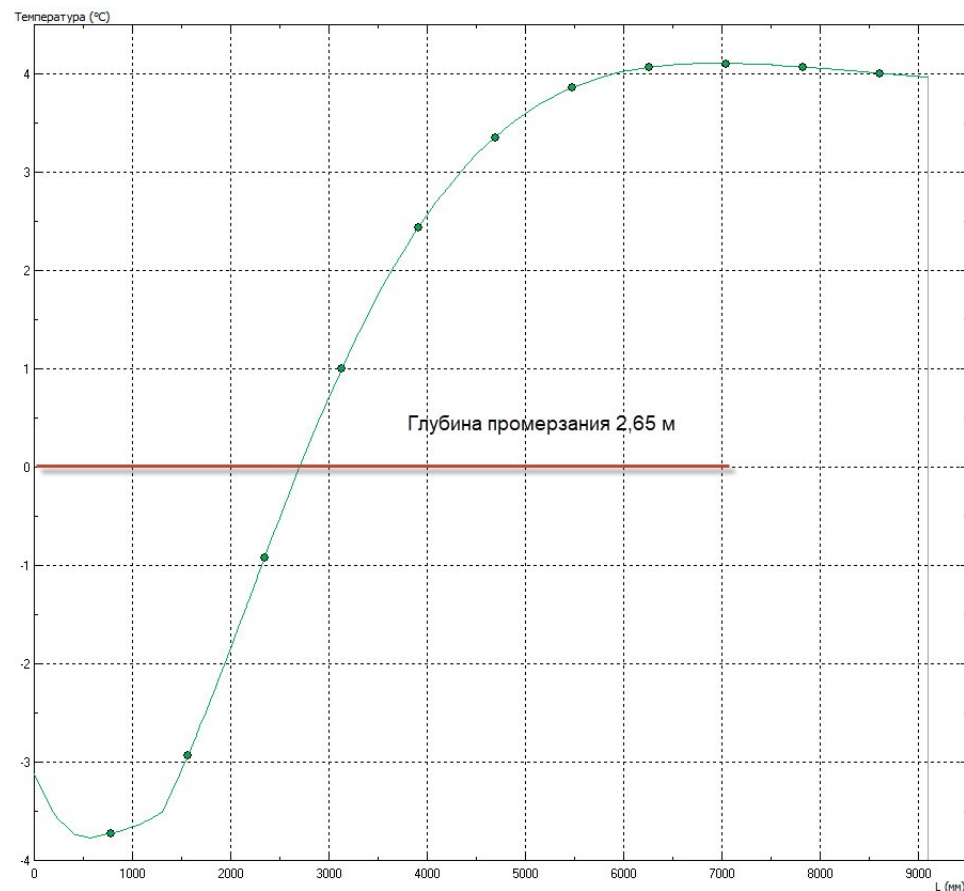
Граничное условие для нижней и боковых границ области $Q = 0$.

Для верхней границы условие конвективного теплообмена для г. Дмитров (см. выше)

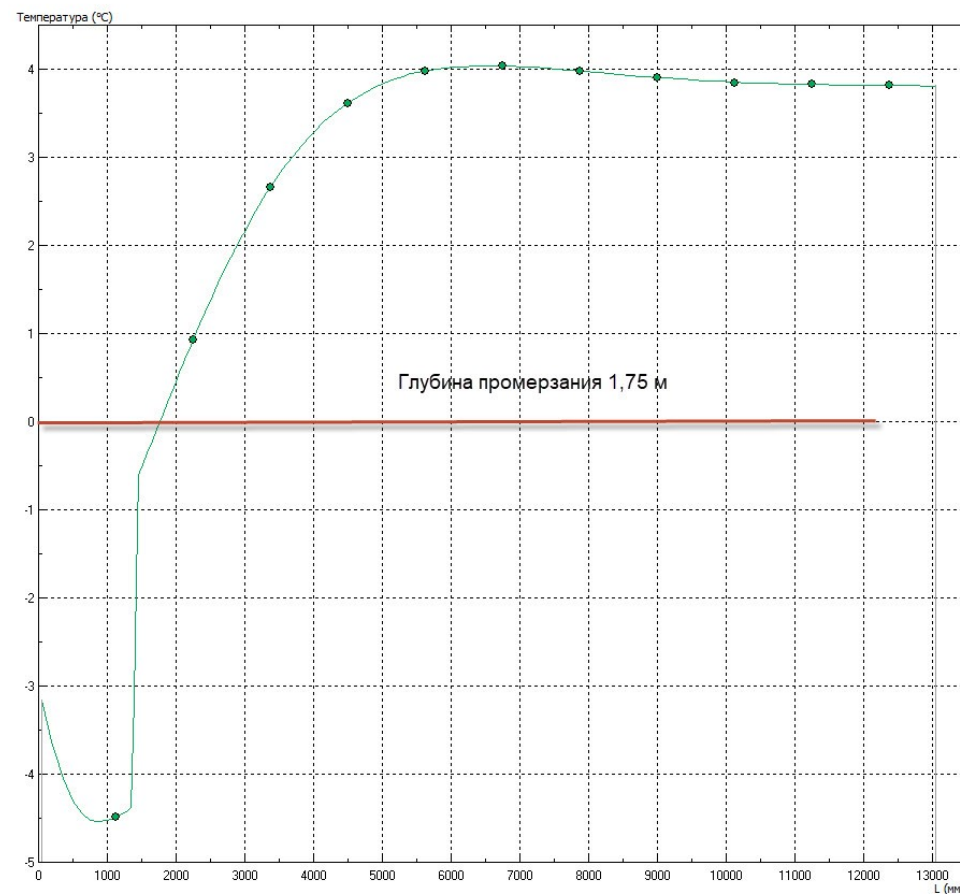


Результаты расчета

Графики температур приведены для плоскости симметрии фундамента (левая граница области)



Фундамент без утепления. Максимальная глубина промерзания 2,65 м



Фундамент с утеплением. Максимальная глубина промерзания 1,75 м

Таким образом за счет утепления удалось уменьшить глубину промерзания на **0,9 м**