

# ELCUT – конечно-элементный анализ низкочастотного электромагнитного поля

Дубицкий С.Д.  
simon@tor.spb.su www.elcut.ru

## Введение

Сегодняшний рынок программных средств наполнен пакетами для расчета электромагнитных полей. Инструменты, предлагаемые разными фирмами, существенно разнятся по области применения, степени автоматизации расчетных процедур, применяемым математическим методам и, разумеется, по стоимости.

Обычно принято делить программы анализа электромагнитного поля на две большие группы: низкочастотные и высокочастотные. С точки зрения математической начинки низкочастотные задачи описываются эллиптическими и параболическими уравнениями математической физики, а высокочастотные (волновые) – гиперболическими. Не следует думать, что низкочастотная полевая задача описывает только поле постоянных токов и постоянных магнитов. Квазистационарное приближение позволяет, например, описать гармоническое во времени поле переменных токов с учетом скин-эффекта и эффекта близости или электромагнитные переходные процессы с учетом нелинейных свойств магнитных материалов и вихревых токов. Ограничение применимости квазистационарного приближения хорошо известно: оно проходит там, где линейные размеры расчетной области намного меньше, чем характерная длина волны. В обычных условиях это означает частоты до единиц мегагерц.

Казалось бы, низкочастотные пакеты не слишком полезны для проектировщиков радиоаппаратуры. Однако, можно выделить большие классы задач, которые успешно формулируются и решаются в стационарном и квазистационарном приближении. Устойчивый спрос на низкочастотные инструменты со стороны радиоинженеров побудил нас познакомить инженерное сообщество с пакетом ELCUT единственным на сегодняшний день универсальным конечно-элементным инструментом российского производства.

## Зачем считать поле, если в нем нет волн?

Физические основы и принципы работы любых электромагнитных устройств, не сводящихся целиком к электрической цепи с сосредоточенными элементами, основаны на создании и использовании электромагнитных полей нужной конфигурации (если все устройство не сводится к электрической цепи с сосредоточенными элементами). Между тем, в обычных условиях инженерные методики

расчета не включают в себя полевой расчет непосредственно, а ссылаются на заранее изученные образцы структуры поля, характерные для стандартных конфигураций и нагрузок.

- Чаще всего необходимость непосредственного расчета поля возникает, когда инженерные методики становятся недостаточно точными или вовсе неприменимыми из-за нестандартных геометрических конфигураций или повышенного уровня нагрузок.
- Другой мотив для расчета поля – необходимость оценить критические уровни нагрузок, например, перегревов, плотностей тока, перенапряжений в некоторых локальных точках конструкции. Это бывает важным, поскольку инженерные методики обычно позволяют оценить лишь средние уровни напряжений.
- Третьим характерным примером полевого анализа является необходимость оценить параметры эквивалентной схемы устройства (характерные индуктивности, емкости, сопротивления, тепловые параметры) для анализа поведения устройства в рамках более крупных систем.

В дальнейшем мы продемонстрируем возможности пакета ELCUT на примере одной из задач проектирования электронной аппаратуры – определение эквивалентных емкостей между элементами конструкции, например, между близко расположенными проводниками печатной платы. Для этого вполне достаточно решить задачу расчета электростатического поля. Однако, ELCUT умеет делать значительно больше, поэтому сначала остановимся на обзор возможностей пакета.

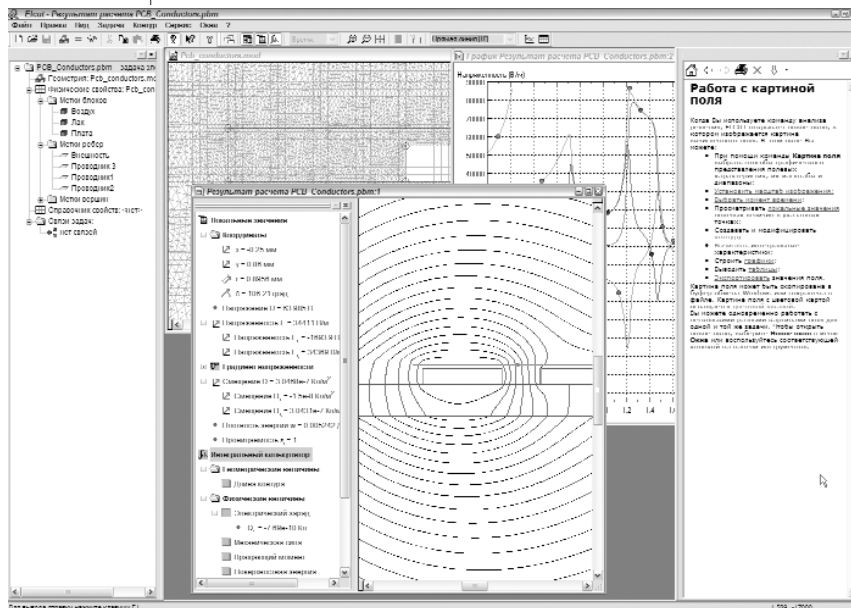


Рис. 1. Общий вид рабочего окна ELCUT

## Что такое ELCUT и какие задачи он решает

ELCUT – программа моделирования двумерных полей методом конечных элементов – разработана и представлена на рынке петербургской фирмой TOP с 1991 года. Будучи с самого начала интерактивной системой с графическим интерфейсом, ELCUT прошел большой путь развития, превратившись в зрелый программный комплекс для широкого круга инженерных задач. Основная цель пакета – быть подручным инструментом для каждого инженера.

Большинство пользователей ELCUT встречаются с необходимостью полевого расчета лишь от случая к случаю. Поэтому они нуждаются в простом, удобном и интуитивно ясном инструменте, не требующем специальных знаний и подготовки. В таком сложном деле, как анализ полей, простоты и ясности можно достичь лишь одним способом: взять на себя и спрятать от пользователя как можно больше служебных процедур, требуя от инженера лишь хорошего понимания физических принципов работы своего устройства.

Изложенный подход выгодно отличается от обычной практики организации работы с полевым пакетом, когда сложность и запутанность расчетных процедур вынуждает иметь в организации отдельного специалиста, обслуживающего полевого пакет. ELCUT действительно предназначен для того, чтобы стоять на рабочем месте каждого инженера, который иногда нуждается в уточнении своих представлений о характере поля.

Принимая во внимание постепенное проникновение на российский рынок импортных пакетов тяжелого класса, таких как Ansys, Maxwell (Ansoft Inc), Flux (Cedrat), MagNet (Infolytica), ELCUT видит себя не вместо, а рядом с подобными программными продуктами. Эта его ниша определяется легкостью и быстротой, с которой ELCUT позволяет получить решение проблем, практически не требуя специальных знаний и предварительного тренинга.

ELCUT решает полевые задачи в двумерной (плоско-параллельной или осесимметричной) постановке. Это ограничение очевидно сужает область применения, но дает возможность применять пакет на ранних этапах прикладных расчетов, когда трехмерное моделирование еще неоправданно сложно.

По физическим принципам задачи, решаемые пакетом ELCUT, классифицируются следующим образом:

### **Электрические поля**

Источниками электрического поля выступают заданные потенциалы, объемные, поверхностные и точечные заряды, внешние поля.

Предметом расчета является распределение потенциала и напряженности поля, электрические силы, заряды, собственные и взаимные емкости.

#### **Электростатика**

Рассчитывается неизменное во времени поле в системе проводников и диэлектриков. Помимо стандартных функций, имеются следующие отличительные особенности:

- «Плавающие» в поле проводники;
- Расчет градиента напряженности поля;
- Мастер расчета емкости;
- Утилита для вычисления матрицы частичных емкостей;
- Расчет траекторий заряженных частиц.

#### **Электрическое поле постоянных токов**

В задаче изучается растекание тока в системе массивных проводников, возможно, с разными проводимостями. Примером является расчет системы заземления.

- Источники поля: заданный потенциал, поверхностные и точечные токи;
- Рассчитываются омические потери.

#### **Электрическое поле переменных токов**

Задача расчета гармонического поля в неидеальном диэлектрике.

- Токи утечки в неидеальном диэлектрике;
- Тангенс угла потерь;
- Активные и реактивные токи.

### **Магнитные поля**

Во всех магнитных задачах рассчитывается распределение магнитной индукции и напряженности, вычисляются магнитные силы и вращающие моменты, магнитные потоки и потокосцепления.

#### **Магнитостатика**

- Линейная или нелинейная магнитная проницаемость;
- Графический редактор кривых намагничивания материалов;
- Источником поля могут быть постоянные токи, постоянные магниты и внешнее магнитное поле;
- Постоянные магниты, намагниченные вдоль выделенной оси, радиально или тангенциально;
- Сверхпроводящие области.

#### **Магнитное поле синусоидальных токов**

Этот вид задачи магнитного поля изучает распределение поля и вихревых токов в линейной среде под воздействием гармонических источников поля.

- Массивные или тонкие проводники;
- Источники поля: полные токи в массивных проводниках, напряжения на тонких проводниках, поверхностные или линейные токи, внешние переменные магнитные поля;
- Последовательное или параллельное соединение проводников;
- Предметом расчета являются вихревые токи, индукция и напряженность магнитного поля, вектор Пойнтинга, омические потери, напряжения на концах массивных проводников, плотность силы Лоренца.
- Передача омических потерь и усилий в тепловую и упругую задачи.

#### **Нестационарное магнитное поле**

Переходный электромагнитный процесс в квазистационарном приближении.

- Одновременный учет насыщения, вихревых токов и постоянных магнитов;
- Любые источники поля могут быть заданы в виде функции от времени;
- Предметом расчета являются вихревые токи, индукция и напряженность магнитного поля, омические потери;
- Передача омических потерь и усилий в тепловую и упругую задачи.

### **Температурные поля**

В задачах теплопередачи предметом расчета является распределение температуры и тепловых потоков. Используются граничные условия известной температуры, теплового потока, конвекции и радиации.

- Теплопроводность и теплоемкость среды, а также мощность источника могут зависеть от температуры.

#### **Стационарное температурное поле**

Рассчитывается установившееся распределение температур и тепловых потоков.

#### **Нестационарное температурное поле**

Рассчитывается нагрев и остывание тел. Все граничные условия и источники поля могут зависеть от времени.

### **Упругое напряженное состояние**

- Нагрузками являются объемные, поверхностные и точечные силы, внешнее давление;
- Свойства сред характеризуются анизотропными упругими константами;

- Возможен учет термических деформаций, в том числе экспорт из температурных задач, а также экспорт усилий из электрических и магнитных задач.

### Пример расчета емкости

Технику работы с ELCUT и его возможности удобно рассмотреть на конкретном примере, достаточно простом, чтобы технические сложности не затеняли сути дела.

Рассмотрим задачу вычисления собственной и взаимной емкости системы из нескольких медных проводников на печатной плате, покрытой слоем лака.

Решение этой задачи хорошо изучено, в том числе аналитически, что позволяет оценить правильность результатов.

### Постановка задачи

Рассмотрим поперечное сечение печатной платы, на которой размещены три параллельных проводника, залитые лаком. Предполагается, что в направлении, перпендикулярном плоскости рисунка, размеры конструкции достаточно велики, чтобы без потери точности рассматривать систему как плоскопараллельную.

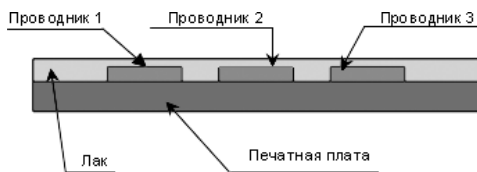


Рис. 2. Эскиз расчетной области

Геометрические размеры выбраны следующими:

- Толщина платы 0.2 мм,
- Размеры проводников 0.1 \* 0.5 мм,
- Толщина лакового слоя 0.15 мм.

Наша задача – вычислить матрицу собственных и взаимных частичных емкостей системы проводников. В ELCUT для этого следует поставить и решить задачу электростатики, а затем воспользоваться специальным инструментом расчета матрицы емкостей.

Прежде чем нарисовать нашу простую модель в геометрическом редакторе ELCUT, обратим внимание на следующие обстоятельства:

1. Поскольку электростатическое поле не проникает внутрь проводящего массива, нам нет нужды моделировать внутренности проводников, а достаточно задать их границы.
2. На сегодняшний день ELCUT не умеет решать неограниченные задачи, поэтому нам следует окружить нашу модель условной границей, за пределы которой поле не выплескивается. Чтобы не потерять точность, разместим эту круговую границу на значительном расстоянии от проводников и платы.

Создаем новую задачу в ELCUT и задаем ее общие свойства. Наиболее важным из свойств является тип задачи (Электростатика) и класс симметрии (плоско-параллельная (см. рис. 3))

Дескриптор задачи включает в себя ссылки на отдельные файлы, в которых описываются геометрия задачи, значения физических свойств материалов, граничных условий и источников поля.

### Геометрическая модель

Запускаем редактор геометрической модели, который в ELCUT одновременно выполняет также функцию автоматического генератора сетки конечных элементов.

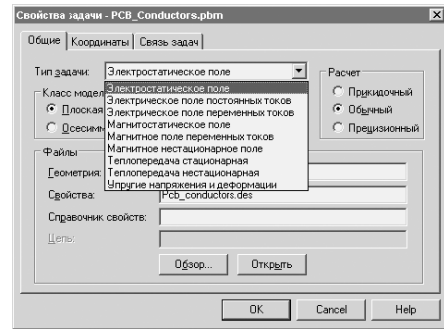


Рис. 3. Свойства задачи

ELCUT предоставляет небольшой, но удобный набор инструментов для работы с геометрическими объектами, включая перемещение, копирование и размножение объектов. Геометрические формы создаются в терминах вершин и соединяющих их ребер, прямых или дугообразных.

Мощный геометрический процессор сам отслеживает образование замкнутых подобластей. Он также разрешает иметь в расчетной области изолированные вершины, висячие ребра, многосвязные области и прочие геометрические усложнения. Имеется двусторонняя связь с системами САПР через файлы DXF и динамический импорт двумерных эскизов из SolidWorks.

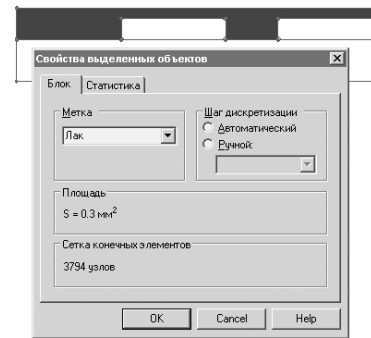


Рис. 4. Геометрический редактор

Нарисовав геометрические объекты – плату с проводниками – переходим к построению сетки. ELCUT использует единственный тип конечного элемента – треугольник первого порядка. Генератор сетки может работать полностью автоматически, либо учитывать пожелания пользователя по сгущению или разрежению сетки в отдельных участках модели.

Дискретная геометрическая модель будет выглядеть следующим образом:

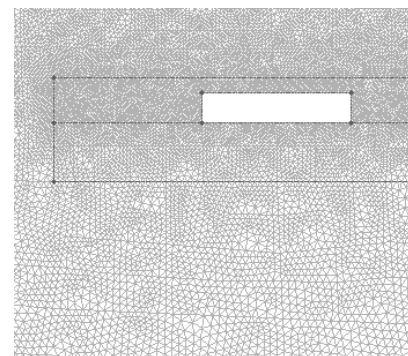


Рис. 5. Фрагмент дискретной геометрической модели

В данном случае построена сетка конечных элементов с 49 тысячами узлов (около 97 тыс. элементов). Это явно больше, чем требуется для данной простой задачи, но намного меньше предельных возможностей ELCUT. Реальное ограничение количества узлов зависит от мощности компьютера, главным образом от объема оперативной памяти. Эксперименты показали, что 1.5 ГБ памяти достаточно для уверенной работы с сеткой, превышающей 5 млн. узлов. При этом время решения задачи (Пентиум 4 2.4 ГГц) не превышало 15 мин.

Чтобы перейти к заданию свойств сред, источников поля и граничных условий, нам осталось пометить нужные геометрические объекты (блоки, ребра и вершины), чтобы позже ссылаться на них при вводе физических свойств.

### **Граничные условия**

Для каждой подобласти (в терминологии ELCUT – блока) нам следует задать диэлектрическую проницаемость. Для облегчения этой работы ELCUT содержит справочники физических свойств популярных материалов. При необходимости можно задать анизотропные свойства среды.

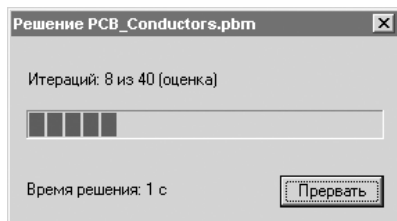
Граничные условия нашей модельной задачи будут таковы:

- на поверхности проводника 1 – потенциал  $U_1 = 100$  В;
- на поверхностях остальных проводников – постоянный, но заранее неизвестный потенциал (граничное условие «плавающего проводника»);
- на условной внешней границе расчетной области – нулевой потенциал. ( $U_0 = 0$ ).

### **Решение задачи**

Теперь данных достаточно, чтобы решить модельную задачу и посмотреть картину поля.

Процесс решения протекает практически мгновенно, но заслуживает того, чтобы сказать о нем несколько слов.



**Рис. 6. Процесс решения задачи**

Необычайно быстрое решение задачи – конек ELCUT. Эффективность решателя по ряду оценок не имеет себе равных в индустрии. Более того, время решения задачи увеличивается с ростом размерности почти линейно (точнее, в степени 1.1), против стандартного квадратичного роста.

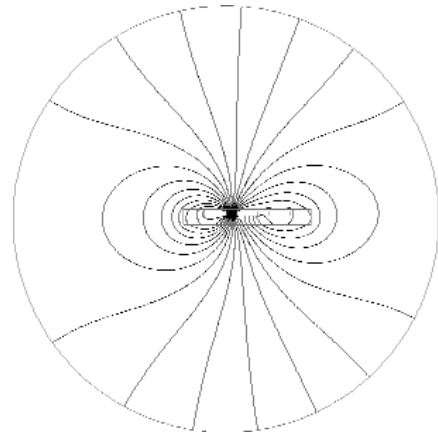
Как известно, численные процедуры манипулирования с большими разреженными матрицами неотделимы от разработки эффективной схемы хранения ее элементов. ELCUT использует алгоритм, основанный на блочно-диагональном хранении матрицы таким образом, что блоки матрицы системы линейных алгебраических уравнений соответствуют геометрическим блокам модели. Первостепенное значение при этом приобретает настройка параметров схемы, с тем, чтобы размеры блоков (по числу конечных элементов) укладывались в оптимальный диапазон. Весь этот алгоритм, от разбиения геометрии на блоки, до схемы обращения матрицы, опирающийся на оптимальную технологию хранения и эвристическое преобуславливание, получил название «Метод геометрической декомпозиции».

Непосредственно для решения системы используется итерационный метод сопряженных градиентов с предварительным обуславливанием.

Задача с нелинейными свойствами среды преобразуется в серию линейных задач методом Ньютона. Нестационарная задача интегрируется по времени методом Эйлера с постоянным шагом или с автоматическим выбором шага.

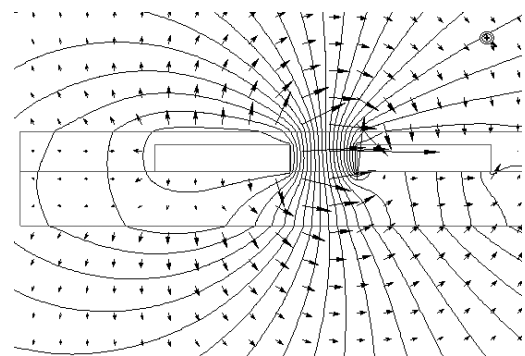
### **Анализ результатов расчета**

Постпроцессор ELCUT предоставляет богатый набор инструментов для просмотра и анализа решенной задачи.



**Рис. 7а. Линии равного потенциала**

Картина электростатического поля изображается в виде эквипотенциалей, цветовой заливки по уровню потенциала (рис. 7а), напряженности поля (рис. 7б) или плотности энергии электрического поля, картины векторов напряженности или электрического смещения. Постпроцессор ELCUT умеет также вычислять тензор градиента напряженности поля.



**Рис. 7б. Векторы напряженности электрического поля**

### **Расчет матрицы емкостей**

Поскольку вычисление собственных и взаимных емкостей системы проводников является распространенной задачей, ELCUT, начиная с версии 5.3, включает инструмент для автоматизации этой работы. Емкости вычисляются на основе полной энергии электрического поля. Для системы из  $N$  проводников необходимо сформулировать и решить  $(N + 1) * N / 2$  полевых задач. В первых  $N$  из них некоторое пробное значение потенциала прикладывается к каждому проводнику (остальные заземлены), а в остальных под напряжением находятся пары проводников.

Инструмент под названием LCMatrix автоматически формулирует и решает необходимое количество полевых

задач, а затем, на основе полученной матрицы энергий, вычисляет матрицу собственных и частичных емкостей системы проводников.

Пользовательский интерфейс инструмента позволяет щелчком мыши включить, исключить или заземлить любой из проводников.

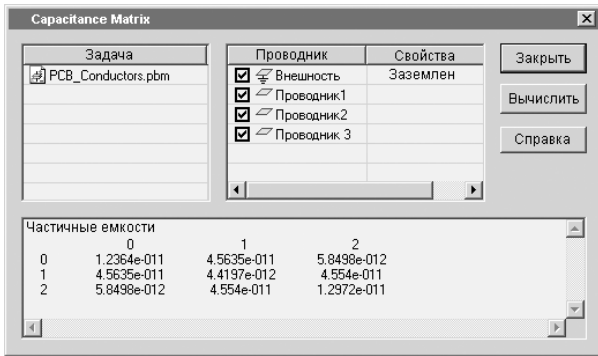


Рис. 8. Вычисление матрицы емкостей

Вычисления показывают, что в нашей задаче собственная емкость среднего проводника составляет 44 пФ, крайних – 12 пФ. Взаимная емкость между соседними проводниками составляет 45 пФ, а между крайними – 58 пФ.

Исключение из расчета одного из проводников дает взаимную емкость около 68 пФ.

### Пример связи задач различной физической природы

Рассмотрим еще один пример из области технологии полупроводников, демонстрирующий связь задач различной физической природы.

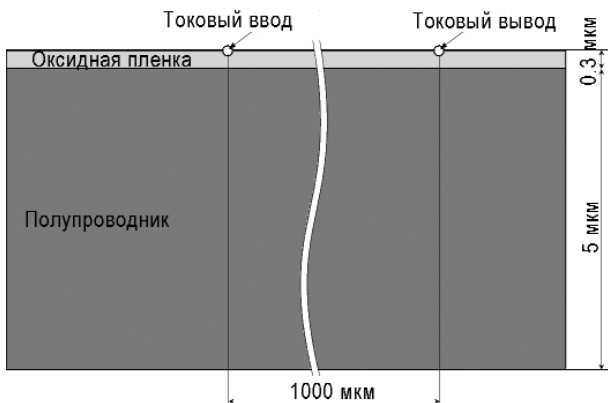


Рис. 9. Полупроводник с пленочным покрытием

В задаче рассматривается полупроводник, толщиной 5 мкм, покрытый с одной стороны пленкой, толщиной 0.3 мкм. К пленке подводится и отводится ток при помощи точечных электродов, расстояние между которыми на несколько порядков превосходит толщину пленки (1000 мкм).

Свойства проводящих сред заданы следующие:

	Полупроводник	Пленка
Уд. сопротивление, Ом*м	0.000075	0.075
Теплопроводность, Вт / К * м	100	30

Необходимо сначала рассчитать картину поля растекания токов (распределение плотности тока вблизи электродов и в месте контакта слоев), а затем на основе известного распределения тока, решить температурную задачу и определить перегревы вблизи электродов.

С геометрической точки зрения задача осложняется тем, что в модели присутствует вытянутый прямоугольник с соотношением сторон 3 : 10000. Генератор сетки ELCUT успешно справляется с этой проблемой (см. рис. 10):

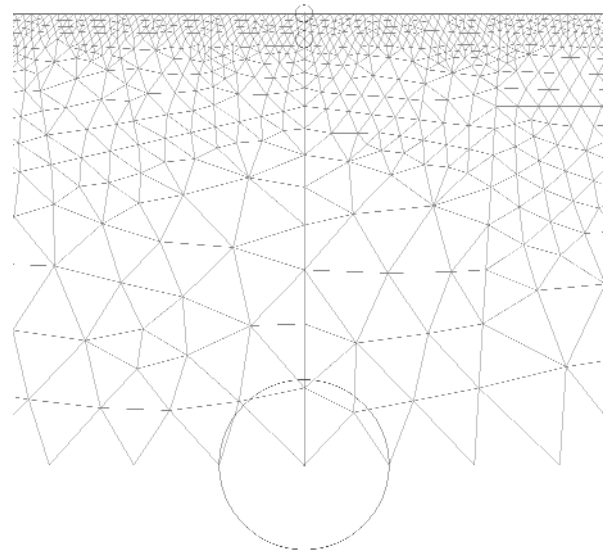


Рис. 10. Фрагмент сетки конечных элементов

На рис. 10 синим цветом показаны линии исходной геометрии, зеленым – сгенерированная сетка конечных элементов, а красные окружности показывают указанный вручную желательный шаг сетки вблизи данной вершины.

На данной сетке сначала решается задача растекания постоянных токов. Задача формулируется относительно скалярного электрического потенциала и очень похожа на задачу электростатики. В качестве граничных условий указан невыход линий тока за пределы сред (однородное условие Неймана) и заданные потенциалы (+100 В и -100 В) в местах расположения точечных токовых вводов (граничное условие Дирихле в точке).

Результат показан на рис. 11:

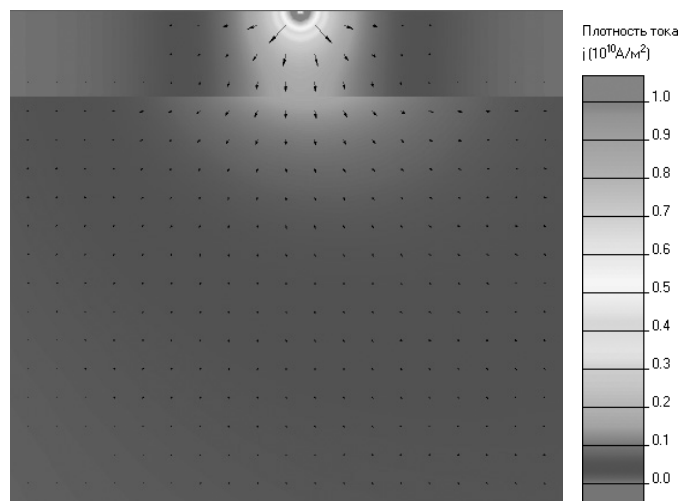


Рис. 11. Распределение плотности тока

Цветом показана величина, а стрелочками – направление векторов плотности тока.

Затем на той же сетке решается задача температурного поля. Источником тепловыделения для нее служит удельная мощность Джоулевых потерь из предыдущей задачи.

На нижней поверхности полупроводника ставится граничное условие заданной температуры (300 K), а на верхней границе пленки – условие нулевого теплообмена, которое может быть заменено на условие конвекции или радиационного теплообмена.

Распределение температур (в K) показано на рис. 12.

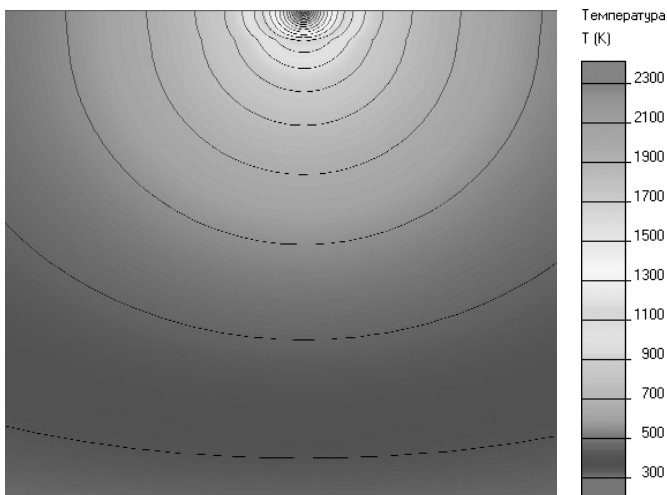


Рис. 12. Температурное поле вблизи токового ввода

### Расширяемость

Не секрет, что полевой расчет, как правило, является не самоцелью, а частью более обширного анализа или исследования. Этим обуславливается необходимость сопряжения программы полевого расчета с другими инструментами и информационными системами, например, с системными симуляторами, САД-системами и пр.

Для решения подобных задач ELCUT предоставляет развитый объектно-ориентированный программный интерфейс ко всей своей функциональности. Практически все операции, которые выполняются посредством графического экранного интерфейса ELCUT, могут быть инициированы программным путем из сторонних программ или модулей-надстроек.

Программный интерфейс ELCUT, построенный на базе технологии COM Automation, называется ActiveField. Пользователь может писать свои приложения, использующие ActiveField, на любом языке программирования, совместимом с COM: Visual Basic, Visual C++, языки .NET, Delphi, Matlab и многих других. Может использоваться язык VBA, входящий в состав Microsoft Office, и даже скриптовые языки (JavaScript, VBScript, Tcl/Tk).

С помощью технологии ActiveField написаны несколько полезных инструментов. Два из них, LabelMover и Workbench предназначены для автоматизации серийных расчетов, когда требуется решить серию полевых задач, изменяя один или несколько геометрических или физических параметров. LabelMover имеет чисто визуальный графический интерфейс, в то время как Workbench предназначен для решения более сложных задач, требующих программирования на Visual Basic 6.

В комплект также входит инструмент для гармонического анализа распределения поля в пространстве вдоль выделенного контура.

### Выводы

Приведенные примеры начального уровня далеко не исчерпывают возможностей пакета, но дают определенное представление о диапазоне его возможностей.

TOP предоставляет для свободной загрузки с сайта [www.elcut.ru](http://www.elcut.ru) бесплатную студенческую версию пакета. Она содержит полный графический интерфейс пользователя, полный комплект документации и примеров и позволяет познакомиться со всей функциональностью пакета. Единственное ограничение студенческой версии – сетка конечных элементов не может содержать более 200 узлов. Важно отметить, что функциональность анализатора решения (постпроцессора) не обрезана, так что, располагая Студенческой версией, можно просматривать задачи, решенные профессиональным пакетом ELCUT.

Помимо печатного руководства и справочной системы в комплект входят многочисленные примеры, в том числе и снабженные пошаговыми инструкциями, а также интерактивные обучающие ролики.

Можно надеяться, что пакет ELCUT окажется интересен для проектировщиков и исследователей радиоэлектронной аппаратуры.

### Исторические замечания

ELCUT создан, распространяется и сопровождается на территории России производственным кооперативом TOP, Санкт-Петербург.

Под своей торговой маркой пакет начал продаваться с 1990 года, вобрав в себя опыт и наработки сотрудников компании, накопленные во время работы в ЛПЭО Электросила, Вниизэлектромаш, НИИ токов высокой частоты. В настоящее время ELCUT является единственным пакетом российской разработки на рынке инструментов расчета статических и низкочастотных электромагнитных полей.

Среди пользователей ELCUT – десятки крупных предприятий, исследовательских организаций и инициативных инженерных фирм. Особое внимание TOP уделяет сотрудничеству с ВУЗами, организовав специальную программу по внедрению полевых методов в обучение студентов.

Большое внимание уделяется оперативной поддержке пользователей, решению конкретных задач, контролю и исправлению ошибок. Ежегодно появляется новая версия ELCUT с расширенной функциональностью и несколько раз в год выпускаются пакеты обновлений.

### Литература

1. ELCUT. Моделирование двумерных полей методом конечных элементов. Версия 5.2. Руководство пользователя. – Санкт-Петербург: Производственный кооператив TOP, 2005. – 257 с.
2. Дубицкий С.Д., Поднос В.П. ELCUT – инженерная система моделирования двумерных физических полей // CADmaster : – 2001.- № 1. – с. 17–21.
3. Дубицкий С.Д. ELCUT 5.1 – платформа разработки приложений анализа полей // Exponenta Pro : – 2004.- № 1(5). – с. 20–26.
4. Математическое моделирование / В.Ф. Белов, Г.И. Шабанов, С.А. Карпушкина и др.- Саранск: Издательство Мордовского университета, 2001. – 338 с. (пакету ELCUT посвящены стр. 7–91)
5. Черных И. В. Моделирование устройств индукционного нагрева с помощью пакета Elcut // Exponenta Pro : – 2003.- № 2. – с. 4–8. ■